



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO DE OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DEL MÁSTER
UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Departamento de Matemática Aplicada II

TFM (9 créditos)

TFM más Introducción al TFM (18 créditos)

X

Líneas de trabajos ofertadas (13 en total) para el curso 2025-2026.

(1) Algoritmos de planificación óptima para sistemas *multi-drone*.

Tutores: José Miguel Díaz Báñez, Vanesa Sánchez Canales y José Manuel Higes López.

Breve descripción: La necesidad del desarrollo de buenos algoritmos en el campo de robótica aérea propone nuevos problemas en algoritmia, optimización, geometría computacional y matemática discreta. Nuestro grupo ya tiene experiencia y proyectos nacionales y europeos donde se abordan estos problemas. En este marco de trabajo se plantearán diversas tareas de ingeniería matemática con aplicaciones reales en diversos campos como agricultura, logística, exploración de terrenos, etc.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos)

(2) Técnicas de *machine learning* para tareas con drones cooperativos

Tutor: José Miguel Díaz Báñez e Inmaculada Ventura Molina

Breve descripción: Unos de los retos más importantes cuando queremos usar uno o un equipo de drones es poder ejecutar los algoritmos en tiempo real de vuelo. Los métodos tradicionales suelen requerir un alto tiempo computacional y no son aptos para usarlos online. Por ello, recientemente se están proponiendo algoritmos basados en redes neuronales y otras técnicas de aprendizaje que son eficientes y pueden ejecutarse de forma autónoma en el *dron* en tiempo real.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos)



Facultad de Matemáticas

(3) Algoritmos eficientes para problemas de secuenciación de máquinas paralelas con necesidad de recursos adicionales

Tutor: Federico Perea Rojas-Marcos

Breve descripción: La gestión de la cadena de suministro (SCM por sus siglas en inglés) trata de los diversos problemas que en ella aparecen, desde la obtención y almacenamiento de las materias primas, hasta la distribución y venta al cliente del producto manufacturado, pasando (entre otras) por la producción, que es la fase abordada en este proyecto.

Ya que todas esas fases están relacionadas entre sí, se podría pensar que el tratamiento integral de la SCM es el acercamiento apropiado. Desafortunadamente, la gran complejidad computacional de cada una de las fases de la SCM hace inabordable un acercamiento integral con la tecnología actual. Por ello se suele hacer un tratamiento separado de las diferentes fases: distribución, predicción, producción, etc.

Entre los múltiples problemas que se pueden incluir dentro del término ‘producción’, se encuentra la secuenciación de máquinas que trabajan en paralelo. La secuenciación, o *scheduling* en inglés, se ha convertido en las últimas décadas en un área de investigación que atrae a muchos investigadores a nivel mundial, tanto por el interés de sus problemas desde un punto de vista de optimización combinatoria, como por sus múltiples aplicaciones al sector industrial. En la actualidad, aparecen problemas de asignación y/o secuenciación en muchos ámbitos prácticos, como en plantas de producción, transporte, almacenes, etc.

La línea propuesta consiste la búsqueda de algoritmos eficientes para problemas de secuenciación con máquinas paralelas no relacionadas (*unrelated parallel machines scheduling* en inglés).

Requisitos: Conocimientos de optimización combinatoria y programación informática (en cualquier lenguaje).

TFM más *Introducción al TFM* (18 créditos)

(4) Índices temporales en modelos de programación lineal entera mixta.

Tutor: Federico Perea Rojas-Marcos

Breve descripción: Los problemas de optimización a menudo tienen al tiempo como uno de sus elementos. En estos casos, los correspondientes modelos de programación lineal entera mixta (MILP) suelen discretizar el tiempo y lo tratan como un conjunto de índices. En este TFM se estudiarán alternativas a esta forma de proceder, estudiando sus ventajas e inconvenientes.

TFM más *Introducción al TFM* (18 créditos, pero también podría ser de 9)



Facultad de Matemáticas

(5) Modelos de programación matemática para la gestión deportiva

Tutor: Federico Perea Rojas-Marcos

Breve descripción: Los equipos deportivos utilizan cada vez más los datos para su toma de decisiones. Esto abre nuevos problemas de optimización, muchos de los cuales pueden ser modelados mediante programación matemática. En este TFM se analizarán diferentes formulaciones y algoritmos de optimización en tales contextos.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos, pero también podría ser de 9)

(6) Métodos de orden reducido para problemas de mecánica de fluidos.

Tutor: Bosco García Archilla

Breve descripción: Los métodos de orden reducido son una técnica que se aplica en muchos campos con el fin de reducir el coste computacional de las llamadas simulaciones numéricas directas manteniendo un grado de precisión suficiente. Estas técnicas se han aplicado en los últimos años en la aproximación numérica de fluidos incompresibles. Dentro de estas técnicas se enmarcan los métodos POD (de sus siglas en inglés correspondientes a *proper orthogonal decomposition*). Los métodos POD proporcionan una base de dimensión pequeña en comparación con la dimensión de las bases de elementos finitos típicas en una simulación numérica. Las bases en los métodos POD se obtienen a partir de datos obtenidos de las simulaciones.

En esta línea se investigan procedimientos extender el uso de las bases POD a problemas con distintos valores de los parámetros (número de Reynolds, factores de forma, etc) de aquéllos en las simulaciones de las que se obtuvo la base POD.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos)



Facultad de Matemáticas

(7) Existencia y unicidad de conexiones globales en sistemas lineales a trozos de dimensión tres.

Tutores: Victoriano Carmona Centeno y Fernando Fernández Sánchez

Breve descripción: Una de las rutas que conducen al caos en un sistema dinámico es la aparición, para algún valor de los parámetros, de ciclos homoclinos y heteroclinos bajo ciertas condiciones sobre los autovalores de aquellos equilibrios en que se apoyan.

En general, la dificultad de probar la existencia de tales órbitas globales suele obligar al uso de herramientas computacionales. En sistemas lineales a trozos, sin embargo, hay técnicas que permiten, en determinadas circunstancias, realizar pruebas rigurosas de existencia y, lo que a veces es más importante, unicidad tanto local como global, en el espacio de fases y en el de parámetros. Además, las características de los problemas que aparecen con dichas técnicas no requieren el uso de elaboradas teorías matemáticas, sino que permiten extraer resultados interesantes con conocimientos básicos de álgebra lineal y cálculo de una o varias variables, eso sí, aplicados con precisión. En esta línea se pretende usar estos enfoques teóricos para detectar conexiones globales y analizar los comportamientos periódicos y caóticos que éstos pueden generar, en varios sistemas lineales a trozos.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos)

(8) Análisis de sistemas dinámicos mediante una caracterización integral de la aplicación de Poincaré

Tutores: Victoriano Carmona Centeno y Fernando Fernández Sánchez

Breve descripción: El estudio de la aplicación de Poincaré sobre secciones transversales al flujo es una de las herramientas básicas para analizar el comportamiento periódico y, más concretamente, de ciclos límite (órbitas periódicas aisladas) en sistemas dinámicos.

En el caso de sistemas regulares a trozos, hay una sección (la determinada por un hiperplano de separación de las distintas zonas de regularidad) que se usa automáticamente como sección de Poincaré, si bien la falta de transversalidad del flujo a toda esa sección introduce nuevos fenómenos de bifurcación respecto a los observables en sistemas regulares.

Más aún, en sistemas lineales a trozos, un requisito obvio para que una órbita del flujo pueda ser un ciclo límite es que atraviese alguna sección de separación de las zonas lineales. Por tanto, el interés en estas manifestaciones propias de los sistemas a trozos hace necesario manejar convenientemente la aplicación de Poincaré de las secciones de separación.



Facultad de Matemáticas

Los sistemas lineales a trozos tienen una peculiaridad que se ha usado casi siempre para su estudio y es la posibilidad de integrar explícitamente el flujo en cada una de dichas regiones de literalidad. Esta aparente ventaja tiene, desafortunadamente, dos debilidades que dificultan el análisis: por un lado, la integración explícita depende de los espectros de las matrices de cada una de las zonas de linealidad, lo que genera multitud de casos diferentes, que llevan a expresiones distintas y, por tanto, a la utilización de técnicas especializadas para cada caso; por otro lado, la integración lleva a términos no lineales complicados debidos a la aparición del tiempo de vuelo. Por resaltar algo más sobre estas debilidades digamos que, al tener que analizarse muchos casos distintos, es habitual perderse los aspectos comunes a todos ellos.

Recientemente, hemos desarrollado una forma alternativa de estudiar estos sistemas en el caso plano evitando la integración explícita. Todo se basa en usar una caracterización integral de la aplicación de Poincaré (basada en la construcción adecuada de integrales de línea sobre las órbitas del flujo). Es ahora, por tanto, el momento de obtener pruebas simples para resultados ya conocidos y mejorarlas en el aspecto de obtener resultados comunes e interpretaciones geométricas, que se han podido perder con el análisis caso a caso. Ese es uno de los objetivos que proponemos.

Para terminar, queremos comentar que en esta misma línea podríamos también plantear el estimulante trabajo de generalizar la caracterización integral para sistemas lineales a trozos planos a sistemas diferenciables a trozos de cualquier dimensión, lo que llevaría, de manera natural, al estudio de los llamados multiplicadores de Jacobi.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos)

(9) Polinomios ortogonales y el problema del *time-and-band-limiting*

Tutores: Mirta M. Castro Smirnova e Ignacio N. Zurrián

Breve descripción: Los polinomios ortogonales constituyen un tema clásico, muy relacionado con la teoría de aproximación y el análisis numérico, con una creciente actividad de investigación hoy en día. En este campo se utilizan fundamentalmente técnicas del análisis funcional, el análisis complejo, la teoría de operadores, las ecuaciones diferenciales, el álgebra lineal y la teoría de probabilidad.

Dentro de esta área, y como objetivo del trabajo, se pretende profundizar en el llamado problema del *time-and-band-limiting* y su relación con la teoría de polinomios ortogonales, donde han surgido varios trabajos de investigación recientes. Este es un tema enmarcado dentro de la física-matemática, estrechamente vinculado con la teoría de la señal, que tiene sus orígenes en los trabajos de Henry Landau, David Slepian y Henry Pollack (Bell Labs) en los años sesenta, dando solución a un problema inicialmente planteado por Claude Shannon.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos)



Facultad de Matemáticas

(10) Análisis de plataformas centralizadas de reparto mediante semivalores para juegos cooperativos.

Tutores: Andrés Jiménez Losada y Manuela Basallote Galván

Breve descripción: Las plataformas centralizadas de reparto son servicios y softwares que agrupan múltiples plataformas de pedidos y entregas en un único lugar, simplificando la operativa. Permiten centralizar pedidos de fuentes diversas, optimizar la gestión de menús, y visualizar el rendimiento de ventas y pedidos desde una consola unificada. En la actualidad se han convertido en uno de los sistemas principales de mercado en diversos sectores. En dichos sistemas se utilizan diversos métodos de incentivos y asignación (bonificaciones por volumen en franjas críticas, primas extraordinarias en pedidos rechazados, o la actual asignación de horas y equilibrio entre bici/moto/coche). La teoría de juegos cooperativos permite el análisis de estructuras cooperativas como las formadas por dichas plataformas. La idea es analizar cómo los métodos anteriormente citados afectan al reparto justo del valor entre los *riders*. Para medir dichos efectos se usarán semivalores, una familia de soluciones para juegos cooperativos diseñadas para realizar rankings que permiten modelar circunstancias de interés en este contexto como la disponibilidad o aceptación de pedidos en función de la distancia.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos, pero también podría ser de 9)

(11) Semivalores para juegos sobre antimatroides: una aplicación al análisis de sistemas educacionales online.

Tutor: Andrés Jiménez Losada

Breve descripción: Los sistemas educacionales se representan mediante estructuras jerárquicas que establecen las relaciones existentes entre los conocimientos necesarios para adquirir una formación determinada. Recientemente se ha probado que dichas estructuras jerárquicas en sistemas educacionales online satisfacen siempre las condiciones de una estructura combinatoria muy conocida, la de antimatroide. Este trabajo plantea establecer rankings sobre los distintos elementos que conforman un determinado sistema educacional online. Para ello se pretende usar juegos cooperativos. El grupo de investigación al cual pertenezco ha analizado juegos cooperativos sobre antimatroides y sistemas más generales como las estructuras de autorización. Los semivalores son una familia de soluciones para juegos cooperativos especialmente diseñados para medir poder e influencia. La idea del trabajo sería doble. Primero, desde el punto de vista teórico, definir la familia de semivalores para juegos sobre antimatroides. Y luego, desde el punto de vista práctico, aplicarlos en el contexto de los sistemas educacionales online.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos, pero también podría ser de 9)



Facultad de Matemáticas

(12) Extensiones del teorema de Gauss-Lucas

Tutor: Manuel Domingo Contreras Márquez

Breve descripción: El teorema de Gauss- Lucas (1874) afirma que, si p es un polinomio de grado al menos 2, entonces la envolvente convexa de las raíces de p contiene a todas las raíces de p' . En este trabajo estudiaremos diversas mejoras y extensiones de este resultado para otras familias de funciones. En particular, mostraremos el teorema de Gauss-Lucas-Thurston (2015), que establece lo siguiente: si H es un semiplano disjunto de la envolvente convexa de las raíces de p' , que llamaremos $C(p')$, y c pertenece a la intersección de la frontera de H y $C(p')$, entonces hay un dominio simplemente conexo U contenido en H sobre el cual el polinomio p actúa conformemente y tal que $p(U)$ es todo el plano complejo menos una semirrecta con vértice en $p(c)$.

Recientemente se han estudiado versiones hiperbólicas de estos teoremas, en las que la geometría euclídea se reemplaza por la geometría hiperbólica en el disco unidad. En este contexto, el papel de los polinomios lo desempeñan los productos de Blaschke finitos. El teorema de Gauss-Lucas-Walsh (1939) afirma que todos los ceros de la derivada de un producto de Blaschke finito pertenecen a la envolvente convexa hiperbólica de los ceros del propio producto de Blaschke.

Más recientemente, Kraus, Mashreghi, Moucha y Roth han obtenido análogos hiperbólicos del resultado de Gauss-Lucas-Thurston para productos de Blaschke finitos, utilizando herramientas de la geometría hiperbólica.

El objetivo de este trabajo es mostrar estos resultados y sus demostraciones, incluyendo las herramientas necesarias para comprenderlas en detalle.

Referencias:

- [1] A. Chéritat, Y. Gao, Y. Ou, L. Tan, *A refinement of the Gauss–Lucas theorem (after W. P. Thurston)*, Comptes Rendus Mathématique, vol. 353, 2015, pp. 865–870.
- [2] D. Kraus, J. Mashreghi, A. Moucha y O. Roth, *A refinement of Jørgensen’s Theorem and the Gauss – Lucas – Thurston Theorem in Hyperbolic Geometry*, Preprint.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos, pero también podría ser de 9)

(13) Social physics

Tutor: Manuel Ordóñez Sánchez

Breve descripción: The different phenomena that occur in a social system require different models to represent them successfully. However, all social systems have some common characteristics, regardless of which one is being studied. Among these, the underlying structure or topology stands out.



Facultad de Matemáticas

When constructing the model, we must respect certain dynamic criteria regarding how individuals interact in that model. In particular, the issue of social networks will be addressed.

TFM más Introducción al TFM (18 créditos)