



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☐

Líneas de trabajos ofertadas:

Estudio de problemas de optimización para el funcional diámetro relativo máximo

Breve descripción de las líneas propuestas:

Se considerará el problema de encontrar divisiones minimizantes para el funcional diámetro relativo máximo (definido en un cuerpo plano convexo), tratándose la existencia y unicidad de soluciones, así como su caracterización en los casos en los que sea posible.

Responsables: Antonio Cañete

En Sevilla, a 8 de octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas:

Distintos problemas dentro del Análisis topológico de datos de biología espacial

Breve descripción de las líneas propuestas:

El análisis topológico de datos, conocido como TDA por sus siglas en inglés, permite estudiar características topológicas de nubes de puntos que pueden representar datos de muy distinta naturaleza. Se propone el estudio de herramientas topológicas de este campo que permitan el análisis de datos de biología espacial (que entre otras cosas, estudia la interacción espacial de distintos tipos de células). En concreto, estamos interesados en el análisis de datos en distintos escenarios:

- a. nubes de puntos etiquetadas representando distintos tipos de células en un microentorno de cáncer, con el objetivo de estudiar las herramientas que permiten caracterizar interacciones espaciales entre distintos tipos celulares;
- b. células madre en un video monitorizando un proceso de diferenciación celular, con el objetivo de detectar si existe alguna correlación entre las interacciones espaciales y la diferenciación celular final;
- c. simulaciones 3D de conjuntos de células que varían en el tiempo tanto en expresión de uno o más genes como en morfología, con el objetivo de determinar las mejores herramientas de TDA para detectar la correlación entre el cambio en el tiempo de la expresión génica y de la morfología.

Responsables: **María José Jiménez Rodríguez** en colaboración con distintos investigadores, según el problema concreto escogido:

- a. Bernadette Stolz (Max Planck Institute of Biochemistry, Alemania)
- b. Elena Camacho Aguilar (Universidad de Sevilla)
- c. Miguel Brun-Usan y Fernando Casares (Centro Andaluz de Biología del Desarrollo (CABD))

En Sevilla, a 08 de octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas: Experimentación algebraica asistida en GAP mediante Inteligencia Artificial: Aplicación en diseños combinatorios, teoría de grafos y criptografía.

Breve descripción de las líneas propuestas:

Históricamente, el estudio de estructuras algebraicas no asociativas y diseños combinatorios asociados (por ejemplo, cuadrados latinos o matrices de Hadamard) se ha visto limitado por una explosión combinatoria inmanejable. En esta línea de investigación, superamos estas barreras aprendiendo a utilizar IA generativa para dominar *GAP (Groups, Algorithms, Programming)*, software de referencia internacional en álgebra computacional. El uso de IA generativa en la codificación permite abordar GAP incluso partiendo de nivel cero en dicho software. Teniendo como objetivo generar, enumerar y clasificar este tipo de estructuras, diseñamos scripts en GAP para explorar espacios de búsqueda masivos, integrando técnicas de IA generativa para depurar código, optimizar la gestión de memoria y paralelizar procesos de cálculo. Estudiamos además cómo estas estructuras algebraicas se transforman en esquemas criptográficos de cifrado robustos, así como en su implementación en la construcción de grafos de topología óptima para redes de comunicación. Quien participa no sólo desarrolla una profunda intuición algebraica, sino que adquiere competencias técnicas de alto valor en el mercado: programación científica, optimización de algoritmos y uso ético y avanzado de herramientas IA para la resolución de problemas científicos. Esta investigación se enmarca en los proyectos de investigación *HADAMARD-CRYPT (Matrices de Hadamard complejas sobre quasigrupos: Fundamentos y aplicaciones en teoría cuántica de la información y criptografía)*. PID2024-160735NB-I00 (Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades) y *Modelización de redes de mundo pequeño y libres de escala a partir de diseños combinatorios basados en grafos de cuasigrupos* (SOL2024-31611, Universidad de Sevilla). Quien se una a esta línea tendrá la oportunidad de contribuir directamente a estos objetivos, aplicando técnicas algebraicas a desafíos punteros en comunicación cuántica y topología de redes.

Responsables: Raúl Manuel Falcón Ganfornina

En Sevilla, a 14 de Octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas: Modelos de Lotka-Volterra como aproximación a redes de regulación génica

Breve descripción de las líneas propuestas:

Las redes de regulación génica (GRN) son sistemas dinámicos que controlan la diferenciación celular durante el desarrollo embrionario. Su modelización suele basarse en ecuaciones diferenciales ordinarias con funciones de Hill, que capturan con precisión la cinética de activación e inhibición, pero requieren estimar muchos parámetros biofísicos y resultan analíticamente complejas. En este proyecto nos preguntamos si los modelos de Lotka-Volterra (LV), formulados originalmente para interacciones entre poblaciones, pueden ser una aproximación alternativa y más manejable del comportamiento cualitativo de una GRN. Tomaremos como referencia el modelo de Camacho-Aguilar et al. (Cell Systems, 2024): tres genes (SOX2, CDX2 y BRA) con señales externas de BMP y WNT, que reproduce varios destinos del desarrollo temprano humano (pluripotencia, mesodermo, amnios).

El plan de trabajo consta de cuatro etapas. Primero, el o la estudiante aprenderá a simular series temporales del modelo GRN original bajo distintas condiciones experimentales. Después, se formulará un sistema LV de tres variables y se ajustarán sus parámetros a esos datos empleando métodos de estimación como los propuestos por Kloppers y Greeff (Applied Mathematics and Computation, 2013) u optimización numérica estándar. A continuación, se analizará su estabilidad: puntos de equilibrio, estabilidad lineal (autovalores) y cuencas de atracción. Finalmente, se construirá un mapa de destino celular (fate map) y se evaluará su similitud cualitativa con el del modelo original.

El proyecto combina ecuaciones diferenciales, análisis de estabilidad, ajuste de parámetros y biología matemática. Es especialmente adecuado para estudiantes interesados en matemática aplicada y biología de sistemas, y no requiere conocimientos previos de biología molecular: los conceptos necesarios se introducirán a lo largo del proyecto.

Responsables: Elena Camacho Aguilar, José Antonio Langa Rosado, Fernando Soler Toscano

En Sevilla, a 14 de octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: **MATEMÁTICA APLICADA I**

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas: Línea 1 - DISTANCIAS EN GRAFOS CONTINUOS
Línea 2 - POLINOMIOS ASOCIADOS A GRAFOS

Línea 1 - DISTANCIAS EN GRAFOS CONTINUOS. El objetivo principal de esta línea es estudiar problemas relacionados con distancias en los denominados *grafos continuos* (o *grafos métricos*). Estos son una generalización del concepto clásico de grafo, en la que todos los puntos de las aristas se consideran parte del grafo. Así, un grafo continuo puede entenderse como un conjunto infinito de puntos, lo que permite modelizar redes de forma más realista en numerosas aplicaciones, como el diseño de redes de carreteras o de redes de suministro. Además de su interés teórico, la relevancia práctica de estos modelos justifica que se estén estudiando intensamente desde distintas perspectivas.

Entre los problemas que se pueden estudiar en esta línea de trabajo destacan los de carácter algorítmico, como el análisis de la complejidad computacional del cálculo de parámetros relacionados con distancias, así como problemas relativos a la modificación de redes con el objetivo de mejorar u optimizar dichos parámetros.

Línea 2 - POLINOMIOS ASOCIADOS A GRAFOS. Existe un creciente interés en relacionar los polinomios asociados a grafos con otros parámetros. Esto se debe a que estos polinomios codifican una gran cantidad de información combinatoria sobre el grafo al que están asociados. Por ejemplo, el polinomio cromático cuenta las coloraciones, y el polinomio de flujo cuenta flujos con valores no nulos. Para grafos planares, las coloraciones y los flujos son conceptos duales, y esta propiedad la captura el polinomio de Tutte, el cual es probablemente el polinomio asociado a grafos más estudiado.

En esta línea se pretende estudiar propiedades básicas y fundamentales del polinomio cromático y del polinomio de Tutte, con el fin de comprender la conexión entre estos polinomios y otros parámetros de grafos, principalmente aquellos relacionados con los homomorfismos de grafos, los cuales generalizan a las coloraciones y reflejan cómo se puede preservar la adyacencia en redes bajo modificaciones.

Responsables: DELIA GARIJO ROYO

En Sevilla, a 14 de Octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas:

- **Reducción de modelos paramétricos en edificación**

Breve descripción de las líneas propuestas:

Desarrollo y comparación de las técnicas de modelado de orden reducido (POD, POD-Greedy, BR) en problemas de edificación. En primer lugar, se construirán los modelos de elementos finitos que se usarán como referencia. Después se aplicará la descomposición offline/online con estimadores de error. Por último, se analizará el ahorro computacional y la precisión del modelo reducido.

El alumno elegirá entre los siguientes problemas:

- A. Base reducida para conducción de calor en cerramientos
Reducción de un modelo de conducción de calor en un muro multicapa o un puente térmico sencillo, con conductividades, espesores y condiciones de contorno como parámetros.
- B. Reducción de modelos estructurales paramétricos
Reducción de un modelo de pórtico plano o viga con rigidez, masa o apoyos variables, para el análisis de su respuesta dinámica.

Se recomienda el manejo de Python o FreeFEM++ junto a Matlab.

Responsable: Alejandro Bandera Moreno

En Sevilla, a 9 de octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas: Línea 1 -Superficies de Delaunay.

Línea 2 - El problema de Calabi para superficies mínimas.

Línea 3 - Modelos variacionales sobre curvas dependientes de las curvaturas de Frenet y aplicaciones a la física matemática.

Línea 1 -Superficies de Delaunay. Descripción: Las superficies de curvatura media constante aparecen de forma natural en diversos contextos de la geometría, la física y el análisis. En este trabajo se estudiará la clasificación de las superficies de revolución con curvatura media constante. En 1841, el matemático y astrónomo Charles Delaunay demostró que dichas superficies se obtienen al rotar las ruletas de las cónicas. Las superficies obtenidas de esa forma son el plano, el cilindro, la esfera, el catenoide, el unduloide y el nodoide.

Línea 2 - El problema de Calabi para superficies mínimas. Descripción: Las superficies mínimas (aquellas cuya curvatura media es cero en todos sus puntos) aparecen de forma natural en diversos contextos de la geometría, la física y el análisis. En 1965, Eugenio Calabi realizó dos conjeturas sobre la existencia de superficies mínimas acotadas. En este trabajo se estudiarán dichas conjeturas, así como su refutación mediante los ejemplos construidos por Jorge y Xavier (1980) y por Nadirashvili (1996) utilizando técnicas de análisis complejo.

Línea 3 - Modelos variacionales sobre curvas dependientes de las curvaturas de Frenet y aplicaciones a la física matemática. Descripción: La investigación de funcionales sobre espacios de curvas en los que se introducen términos dependientes de las curvaturas de Frenet tiene un contexto físico, cuando se interpretan como modelos de partículas relativistas que generalizan la acción de la partícula libre. Estos modelos pueden estudiarse desde un punto de vista geométrico y abstracto, considerando espacios de curvas que viven en amplias familias de variedades riemannianas o lorentzianas. En este trabajo se estudiará la teoría básica relativa a los mencionados problemas variacionales, recopilando algunas de las principales aplicaciones a la física y a otros campos. Asimismo, en el transcurso del trabajo se seleccionará alguna de estas aplicaciones con el objetivo de desarrollar una investigación más exhaustiva y, preferentemente, con algunos elementos originales.

Responsable: Isabel Fernández Delgado.

Cotutor (línea 3): Martín de la Rosa (Universidad de Córdoba).

En Sevilla, a 16 de Octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DEL MÁSTER
UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE
DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.:Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas: Álgebras no asociativas: álgebras de Lie y Leibniz. Superálgebras de Leibniz. N-álgebras de Lie y de Leibniz

Breve descripción de las líneas propuestas:

En esta línea de trabajo, nos centramos en el estudio y clasificación de estructuras algebraicas no asociativas, en su mayoría aparecidas en relación con la física como, por ejemplo, las álgebras de Leibniz, n-álgebras de Lie y de Leibniz, las superálgebras de Lie y de Leibniz, etc. También nos interesa el estudio de otras estructuras algebraicas no asociativas como las álgebras de evolución, las álgebras de Zinbiel o las n-álgebras de Lie.

Tutores: Luisa María Camacho Santana

En Sevilla, a 19 de Octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas: Diseños, Códigos y Criptografía

Breve descripción de las líneas propuestas:

1. Técnicas avanzadas de criptoanálisis en criptografía simétrica. Los criptoanálisis lineal y diferencial, fueron introducidos durante la década de los noventa del siglo pasado, y constituyen importantes técnicas para atacar primitivas criptográficas simétricas. La mayoría de los ataques modernos se basan en ellas, ya sea por extensión o generalización de estas. Por tanto, no es de extrañar que las funciones que presentan mejor resistencia a estos ataques desempeñen un papel relevante en el diseño de primitivas seguras. Por ejemplo, para los ataques lineales y diferenciales tenemos las funciones casi bent (AB) y las casi perfecta no lineales (APN), respectivamente. Es frecuente caracterizar estas funciones vectoriales Booleanas mediante la transformada Walsh-Hadamard (donde la matriz de Hadamard de tipo Sylvester aparece de modo natural). En este trabajo se pretende realizar un estudio desde un enfoque álgebra combinatorio de estos ataques clásicos, principalmente el lineal, y su extensión a otros ataques.

2. Una panorámica sobre la criptografía poscuántica. En febrero del 2016, la NIST inició un proceso público con objeto de elegir los nuevos estándares de criptografía poscuántica (<https://www.nist.gov/pqcrypto>). Estos nuevos estándares de clave pública deberían ser resistentes ante ataques llevados a cabo por ordenadores cuánticos como clásicos. Además, deben ser compatibles con los protocolos y redes de comunicación actuales. En agosto de 2024, se certificaron los tres primeros estándares: uno para intercambio de clave y 2 para firma. Recientemente (marzo 2025), se ha propuesto un nuevo candidato (denominado BCH) como estándar de intercambio de clave. Este candidato se basa en código correctores de errores. En este TFM se pretende dar una visión global de este proceso de estandarización y trabajar en detalle alguna de las soluciones propuestas.

3. Diseños combinatorios en criptografía y ciberseguridad. La presente línea de trabajo enfoca su estudio en el análisis teórico y computacional de distintos tipos de diseños combinatorios: cuadrados latinos (sudokus, cuadrados mágicos,...), matrices de Hadamard o matrices de Heffter, entre otros. Se plantea trabajar en la generación, clasificación y estudio de simetrías de dichas estructuras, así como su implementación y aplicación en teoría de códigos, criptografía y ciberseguridad, entre otros.

Responsables: José Andrés Armario Sampalo, Raúl Manuel Falcón Ganfornina

En Sevilla, a 19 de Octubre

de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas: 1. Teoría de Morse Discreta aplicada al análisis topológico de datos. 2. . Análisis topológico de datos, Homología Persistente

1. Teoría de Morse Discreta aplicada al análisis topológico de datos La teoría de Morse clásica (Morse, 1934; Milnor, 1963) analiza la topología de una variedad diferenciable M mediante los puntos críticos de una función suave $f: M \rightarrow \mathbb{R}$. Asociando a cada punto crítico no degenerado una k -célula según su índice de Morse, se reconstruye la homotopía global de M y se derivan sus invariantes homológicos mediante un complejo reducido. Este estudio de los cambios topológicos a lo largo del flujo de gradiente sentó las bases del análisis de datos topológico (ADT) (Edelsbrunner et al., 2002; Carlsson, 2009).

La teoría de Morse discreta (Forman, 1998) traslada estos principios a complejos celulares combinatorios, lo que permite simplificar filtraciones y acelerar el cálculo de la homología persistente en complejos de Vietoris-Rips, Čech y Alpha (Robins et al., 2011; Mischaikow y Nanda, 2013). Asimismo, facilita la eliminación de ruido topológico cancelando pares críticos de baja persistencia (Bauer, 2013) y en algoritmos modernos de reducción matricial (Bauer, 2021; Bauer y Roll, 2024).

Frente a las limitaciones algebraicas de la persistencia multiparamétrica para descomponer módulos en intervalos (Carlsson y Zomorodian, 2009), la teoría de Conley (Conley, 1978) y la matriz de conexión (Franzosa, 1989) generalizan el complejo de Morse a sistemas dinámicos mediante conjuntos invariantes aislados. Este enfoque comprime la información de cadenas preservando las estructuras homológicas globales (Harker et al., 2021). El objetivo de este trabajo consiste en relacionar la teoría de Morse discreta con estas matrices de conexión para computar eficientemente la dinámica multiparamétrica.

2. Análisis topológico de datos, Homología Persistente. Este Trabajo Final de Máster aborda el Análisis Topológico de Datos (ADT) y la homología persistente (HP) —herramienta clave para extraer la forma de los datos e integrarla en aprendizaje automático, pero incapaz de distinguir conjuntos de datos totalmente distintos que generan códigos de barras idénticos. Para superar esta limitación, el proyecto investiga los módulos de escalera (*ladder modules*), que representan los morfismos entre módulos de persistencia de conjuntos intrínsecamente relacionados (por ejemplo, una muestra X dentro de una nube de puntos Y). Objetivos del proyecto: 1. Revisión teórica y formalización: Unificar la notación de la literatura sobre módulos de escalera, describir sus morfismos mediante matrices y códigos de barras, y calcular sus módulos asociados (imágenes, *kernels*, etc.). 2. Desarrollo de software: Implementar algoritmos para calcular estas representaciones matriciales en diversos tipos de datos (grafos ponderados, complejos cúbicos) empleando entornos como Python, C++ y la librería Gudhi. 3. Extensión (si el tiempo lo permite): Implementar otros invariantes topológicos en fase de investigación dentro del grupo TAPAS (Departamento de Matemática Aplicada I).

Responsables: **Álvaro Torras-Casas** (Matemática Aplicada I),

Cotutores: Línea 1: Desamparados Fernández Ternero (Geometría y Topología). Línea 2. Marco Delgado Garrido (Matemática Aplicada I)

En Sevilla, a 20 de octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas:

Línea 1: Del electrón a la red: acotar la correlación mediante grafos

¿Puede la estructura de una red mejorar las cotas de una matriz? Se representarán matrices de correlación como grafos ponderados y se combinarán los radios de Gershgorin con propiedades de conectividad y distancia. El objetivo es comparar cotas, establecer resultados en familias concretas y estudiar su interpretación física.

Línea 2: Descubrir leyes universales: escalado cuántico y estructura de redes

¿Por qué sistemas distintos pueden obedecer una misma ley matemática? Se estudiarán relaciones de escalado de energías y correlaciones en modelos cuánticos, explorando si los descriptores de redes ayudan a interpretar sus regularidades. Se combinarán análisis de modelos, ajuste funcional y evaluación de errores.

Línea 3: ¿Puede un polinomio reconocer una red? Tutte-unicidad y huellas espectrales

¿Cuándo un invariante identifica por completo un grafo? Se investigará la unicidad asociada al polinomio de Tutte en familias seleccionadas y se comparará su capacidad de distinción con la información de matrices y espectros. Se propondrán experimentos de cálculo simbólico.

Línea 4: Patrones al infinito: escalado y universalidad en familias de grafos

¿Qué propiedades permanecen cuando una red crece? Se estudiará el comportamiento asintótico de invariantes combinatorios y espectrales en grafos y teselaciones, buscando normalizaciones y tasas de crecimiento. Las conclusiones se compararán, a nivel metodológico, con las leyes de escalado de sistemas cuánticos.

Las líneas unen teoría de grafos, dimensión e invariantes combinatorios con correlación electrónica, análisis matricial y leyes de escalado.

Responsables: **Alexander Odriazola y Maria Pastora Revuelta**

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER
POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS**

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas:

1. **Topología computacional para el *steering* de activaciones en modelos de lenguaje.**
2. **Clases características y orientabilidad de representaciones aprendidas mediante atlas de autoencoders.**

Breve descripción de las líneas propuestas:

- **Línea 1.** El *activation steering* modifica el comportamiento de un modelo de lenguaje sumando un vector a sus activaciones en una capa concreta, sin reentrenar. Elegir la capa sigue siendo una cuestión empírica. Se estudiará la nube de activaciones capa a capa mediante homología persistente y se analizará si invariantes como la persistencia total en dimensión 0 (longitud del árbol generador mínimo), la entropía persistente o las características en dimensión 1 anticipan la eficacia del steering. Combina teoría (filtraciones de Vietoris–Rips, estabilidad de diagramas) con experimentos sobre modelos de tamaño moderado (GPT-2, Pythia) usando Gudhi y TransformerLens. Requiere nociones de topología algebraica y Python.
- **Línea 2.** Bajo la hipótesis de la variedad, los datos se concentran cerca de una variedad de baja dimensión. Un autoencoder captura una sola carta; una colección de autoencoders locales con funciones de transición define un atlas, y el cociclo de orientación asociado permite decidir si la variedad es orientable, es decir, calcular su primera clase de Stiefel–Whitney vía cohomología de Čech del recubrimiento. Se desarrollará el marco teórico (fibrados vectoriales, clases características, cohomología de Čech) y se validará en ejemplos controlados (banda de Möbius, botella de Klein) y en datos de imagen (COIL-100). Línea de carácter más teórico, para estudiantes con interés en topología diferencial y algebraica.

Responsables: Eduardo Paluzo-Hidalgo

En Sevilla, a 21 de octubre de 2026

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒ TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Línea 1. Modelos s^2 para la representación y el análisis de cadenas de Markov. Se propone estudiar la representación de cadenas de Markov finitas y homogéneas mediante modelos topológicos de escala y espacio (modelos s^2), tomando como referencia el marco algebraico para hipergrafos de Molina-Abril et al. (2025). El objetivo será relacionar la evolución de las distribuciones de probabilidad con una sucesión de complejos de cadenas y aplicaciones de transición compatibles, y determinar qué información probabilística y algebraica aporta esta representación. El trabajo partirá de una matriz de transición estocástica por columnas y de sus potencias para construir los operadores de borde en las sucesivas escalas. Se formalizarán las transiciones ascendentes y descendentes y se verificará el cumplimiento de los axiomas del modelo s^2 . Se estudiará la relación entre los rangos, núcleos y valores singulares de los operadores de borde y las propiedades de la cadena, incluyendo su distribución estacionaria y el comportamiento a largo plazo. Se analizará también el alcance de los invariantes homológicos, que pueden permanecer constantes aunque evolucione la distribución de probabilidad. La parte computacional consistirá en implementar la construcción en Python o R y comparar, en ejemplos de pequeño tamaño, las distribuciones teóricas con las frecuencias empíricas obtenidas mediante simulación de trayectorias. Se considerarán cadenas irreducibles y reducibles, así como ejemplos periódicos, para identificar el alcance y las limitaciones de la representación. Como ampliación opcional se estudiarán transiciones descendentes basadas en pseudoinversas. Se entregarán una memoria y código reproducible. Se recomiendan conocimientos de probabilidad, álgebra lineal y programación; las nociones de topología algebraica necesarias se introducirán durante el trabajo.

Línea 2. Modelos s^2 para el análisis topológico y probabilístico de hipergrafos. Se propone estudiar la relación entre la estructura topológica de los hipergrafos y su modelización probabilística mediante los modelos topológicos de escala y espacio (modelos s^2) introducidos por Molina-Abril et al. (2025). Estos modelos permiten analizar relaciones de incidencia y adyacencia a distintas escalas. El objetivo del TFM será evaluar si los descriptores derivados de estas representaciones permiten distinguir estructuras organizadas de las generadas por azar. El trabajo partirá de hipergrafos aleatorios uniformes de orden fijo, en los que cada posible hiperarista se incluye de forma independiente con probabilidad p . Se construirá un modelo s^2 de incidencia o adyacencia y se seleccionarán descriptores de conectividad y homología a distintas escalas. Mediante simulación Monte Carlo se estimarán sus distribuciones y variabilidad al modificar p y el tamaño del hipergrafo. Se diseñará un contraste basado en un estadístico que resuma los descriptores entre escalas, calibrado bajo el modelo aleatorio de referencia. Se evaluarán empíricamente su nivel y potencia frente a alternativas con estructura de comunidades, así como su sensibilidad a la adición o eliminación aleatoria de hiperaristas. El alcance prioriza un modelo s^2 y un contraste. Se entregarán una memoria y código reproducible en Python o R. Se recomiendan conocimientos de probabilidad, inferencia estadística, álgebra lineal y programación; las nociones de topología necesarias se introducirán durante el trabajo.

Referencia de partida: H. Molina-Abril, M.J. Morón-Fernández, M. Benito-Marimón, F. Díaz-del-Río y P. Real (2025). Topological scale framework for hypergraphs. Applied Mathematics and Computation, 485, 128989. DOI: 10.1016/j.amc.2024.128989.

Responsable: Pedro Real Jurado. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6853-0505>

(NO FIRMAR)



Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DE MÁSTER POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: Matemática Aplicada I

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS (MUM) / MAES-MUM

TFM (9 créditos) ☒

TFM más Introducción al TFM (18 créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas:

Los recientes avances en inteligencia artificial están abriendo nuevas posibilidades para el descubrimiento matemático.

Sistemas como AlphaEvolve combinan modelos de lenguaje de gran tamaño (LLMs) con técnicas de búsqueda evolutiva y evaluación automática para generar, evaluar y mejorar construcciones y algoritmos matemáticos.

En este TFM se estudiarán los fundamentos de estas metodologías y se explorará su aplicación a problemas matemáticos concretos. Para ello, se analizará el funcionamiento de los sistemas de descubrimiento matemático basados en modelos de lenguaje y búsqueda evolutiva, y se desarrollarán experimentos computacionales que permitan evaluar su capacidad para encontrar soluciones, identificar patrones y formular conjeturas.

Se prestará especial atención al papel de los asistentes de pruebas formales, como **Lean**, en la verificación de los resultados obtenidos.

Este TFM tiene 3 objetivos fundamentales:

- Comprender los métodos de descubrimiento matemático basados en IA, especialmente el uso de LLMs y búsqueda evolutiva.
- Reproducir y experimentar con algún problema matemático concreto, implementando un procedimiento simplificado de generación, evaluación y mejora de soluciones.
- Analizar los resultados matemáticamente, estudiando los patrones encontrados, la posibilidad de formular conjeturas y, cuando sea viable, demostrar los resultados y verificarlos con Lean.

Referencia: B. Georgiev, J. Gómez-Serrano, T. Tao y A. Z. Wagner. *Mathematical discovery and exploration can be done at scale*. Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS), 2026.

Responsables: Rocío González Díaz

En Sevilla, a 21 de octubre de 2026

(NO FIRMAR)